

Numerische Ansätze zur gekoppelten Simulation

FLUIDON – Konferenz:

„Simulationen im mechatronischen Umfeld“

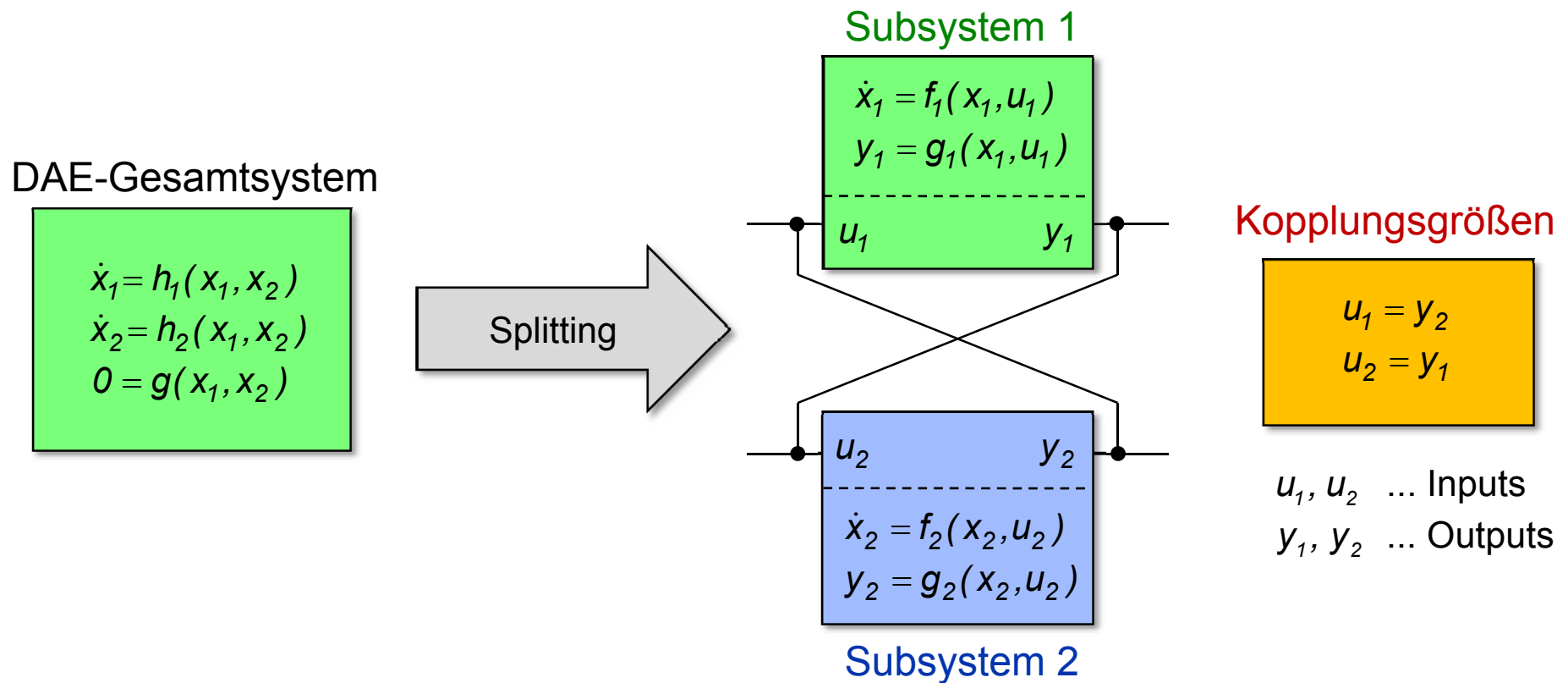
10. und 11. November 2009, Aachen

Martin Busch und Bernhard Schweizer

Inhalt:

- 1) Aspekte der gekoppelten Simulation
- 2) Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems:
 - Modellkopplung
 - Solverkopplung und Co-Simulation
- 3) Klassische Multirate Co-Simulation:
 - Gauss-Seidel-Typ
 - Jacobi-Typ
- 4) Stabilität und Stabilisierung der Co-Simulation
- 5) Fazit

Aspekte der gekoppelten Simulation: *Kopplungsstruktur*



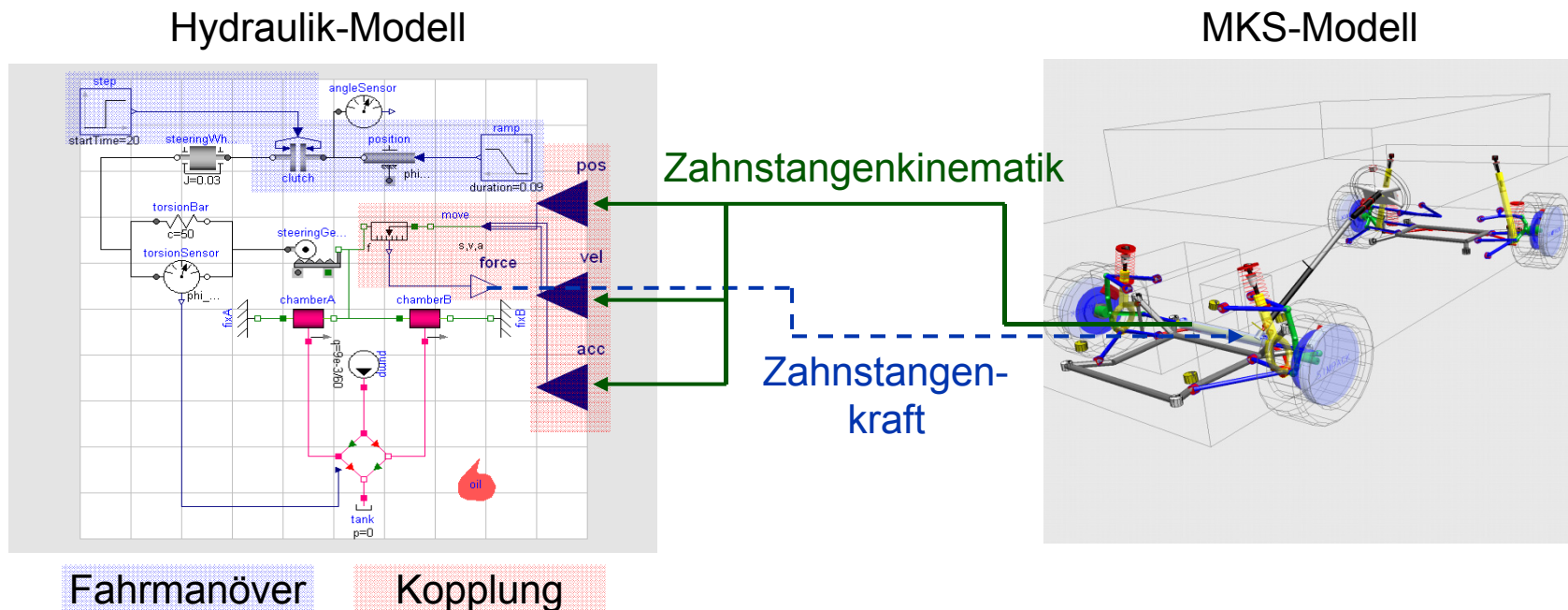
Idee:

- Zerlege Gesamtsystem in Subsysteme, die über *Inputs* und *Outputs* verknüpft sind
- Separate Behandlung der Subsysteme möglich

Aspekte der gekoppelten Simulation: Vorteile

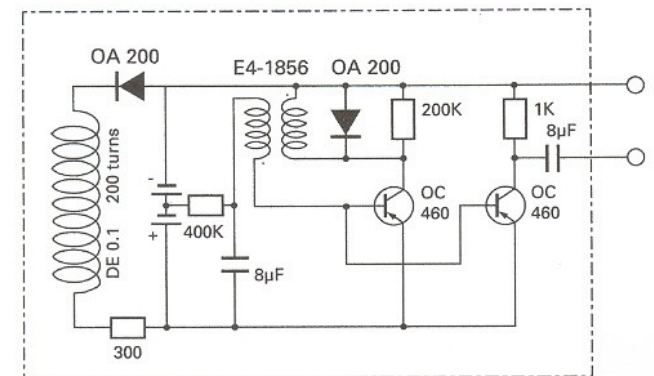
- **Modellierungsvorteil:** Es können unterschiedliche physikalische Disziplinen in dafür optimierten Simulationstools behandelt werden
- **Engineeringvorteil:** Beschleunigung des Engineering-Prozesses durch parallele Modellierung der unterschiedlichen Subsysteme
- **Effizienzvorteil:** Jeder Solver kann sein Subsystem mit zugeschnittener Schrittweite integrieren (insbesondere vorteilhaft, wenn Subsysteme stark unterschiedliche Frequenzen aufweisen)

Beispiel: Fahrzeug mit servo-hydraulischer Lenkung



Aspekte der gekoppelten Simulation: *Anwendungsfelder*

- 1) MKS-Matlab(Regler)-Kopplung: z.B. Fahrdynamik
- 2) MKS-Hydraulik-Kopplung: z.B. servo-hydraulische Lenkung
- 3) Fluid-Struktur-Interaktion: z.B. Tragflügel-Strömungssimulation unter Einbeziehung der Flügeldeformation
- 4) Elektrotechnik: Schaltkreissimulation (Ziel: Parallelisierung und Effizienzsteigerung)
- 5) etc.



Aspekte der gekoppelten Simulation: *Art der Kopplung*

Kopplungstypen*:

- 1) Kopplung über “eingeprägte Kräfte”
→ Nullstabilität garantiert
- 2) Constraint Kopplung: Kopplung über “Reaktionskräfte”
→ Nullstabilität nicht garantiert

=> Numerische Stabilität für 1) und 2) muss für den konkreten Kopplungsansatz immer untersucht/garantiert werden

* hier für mechanische Systeme; analog für andere physikalische Disziplinen

Abstrakte Darstellung:

Subsystem 1:

States: $\dot{x}_1 = f_1(x_1, u_1)$
Outputs: $y_1 = g_1(x_1, u_1)$

Subsystem 2:

States: $\dot{x}_2 = f_2(x_2, u_2)$
Outputs: $y_2 = g_2(x_2, u_2)$

Kopplung: $u_1 = y_2$, $u_2 = y_1$

Aspekte der gekoppelten Simulation: *Kopplungstypen*

Physikalische Kopplung (Kopplung über eingeprägte Kräfte):

(i) Weg/Weg-Kopplung (Austausch: Kinematiken)

- Beide Systeme übergeben kinematische Größen
- Kopplungskraft muss auf beiden Seiten berechenbar sein

(ii) Kraft/Weg-Kopplung (Austausch: Kraft/Kinematik)

- System 1 übergibt kinematische Größen;
System 2 übergibt Kraft
- Kopplungskraft wird nur auf einer Seite berechnet
→ z.B. bei MKS-Hydraulik Kopplung

Aspekte der gekoppelten Simulation: *Kopplungstypen*

Constraint Kopplung (Kopplung über Reaktionskräfte):

(i) Weg/Weg-Kopplung (Austausch: Kinematiken)

- Reaktionskraft (Lagrange-Multiplikator) wird auf beiden Seiten berechnet
- Sinnvoll bei Modellen mit Kontaktkopplung

(ii) Kraft/Weg-Kopplung (Austausch: Kraft/Kinematik)

- Reaktionskraft (Lagrange-Multiplikator) wird nur auf einer Seite berechnet
- Entspricht physikalischer Kraft/Weg-Kopplung mit unendlich steifen Federn
- Einsatzbereich wie oben

Allgemeine Schnittstellen:

- 1) TISC® (TLK Inter Software Connector) – TLK-Thermo GmbH, Braunschweig
- 2) MpCCI (Multi-Physics Code Coupling Interface) – Fraunhofer Institut, GNU
- 3) CTL (Component Template Library) – TU Braunschweig, GNU
- 4) SALOME-platform – OPEN CASCADE SAS (OCC), GNU
- 5) Functional Mockup Interface – MODELISAR (ITEA2-Project)
- 6) etc.

Spezifische Schnittstellen:

- 1) ADAMS-DSHplus-Interface
- 2) Mosilab (COMSOL-Modelica-Interface)
- 3) SIMPACK-Dymola-Interface
- 4) etc.

Literatur

- [1] Lelarmsee: The waveform relaxation methods for the time domain analysis of large scale nonlinear dynamical systems. Ph.D. Thesis, University of California, Berkeley, California, 1982.
- [2] Gear and Wells: Multirate linear multistep methods. BIT Numerical Mathematics, Reihe 24 (Nr. 4), 1984.
- [3] Miekkala and Nevanlinna: Convergence of dynamic iteration methods for initial value problems, SIAM J. Sci. Stat. Comput. 8, 1987.
- [4] Jackiewicz and Kwapisz: Convergence of waveform relaxation methods for differential-algebraic systems. SIAM J. Numer. Anal. 33, 1996.
- [5] Kübler and Schiehlen: Two methods of simulator coupling. Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems 6, 2000.
- [6] Arnold and Günther: Preconditioned Dynamic Iteration for Coupled Differential-Algebraic Systems. BIT Numerical Mathematics 41, 2001.
- [7] Verhoeven, Tasic, Beelen, Maten and Mettheij: BDF Compound-Fast multirate transient analysis with adaptive stepsize control. JNAIAM, 2007.

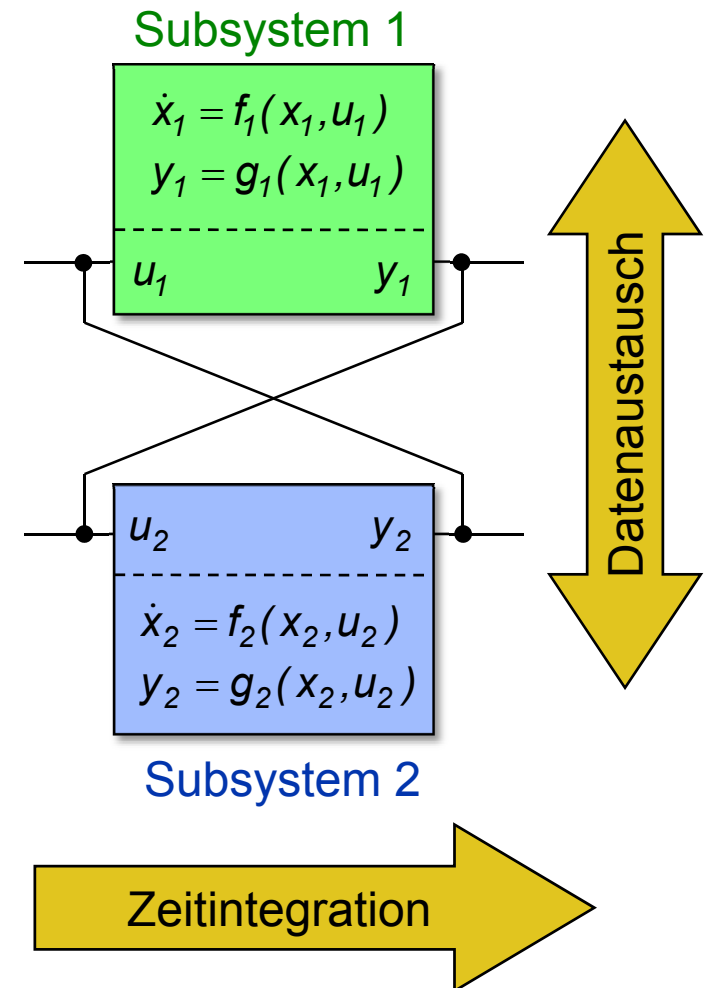
Inhalt:

- 1) Aspekte der gekoppelten Simulation
- 2) Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems:
 - Modellkopplung
 - Solverkopplung und Co-Simulation
- 3) Klassische Multirate Co-Simulation:
 - Gauss-Seidel-Typ
 - Jacobi-Typ
- 4) Stabilität und Stabilisierung der Co-Simulation
- 5) Fazit

Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems

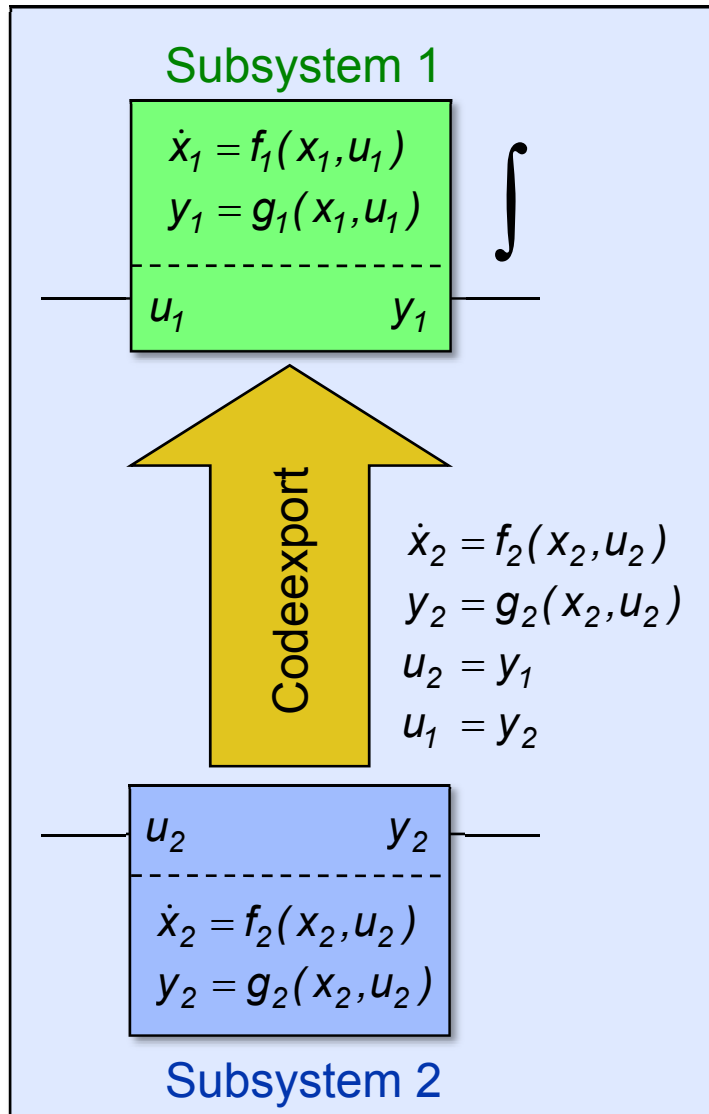
Problem:

- Lösung der **gekoppelten** Subsysteme
- Beide Systeme bieten Solver an
→ auf jeweilige physikalische Disziplin optimiert
- a) Einsatz eines Solvers („Starke Kopplung“)
→ Kopplungsschleife implizit lösen
- b) Einsatz beider Solver („Schwache Kopplung“)
→ Auftrennen der Kopplungsschleife
→ Sequentielle/parallele Integration der Subsysteme
→ Implementierung: Datenaustausch

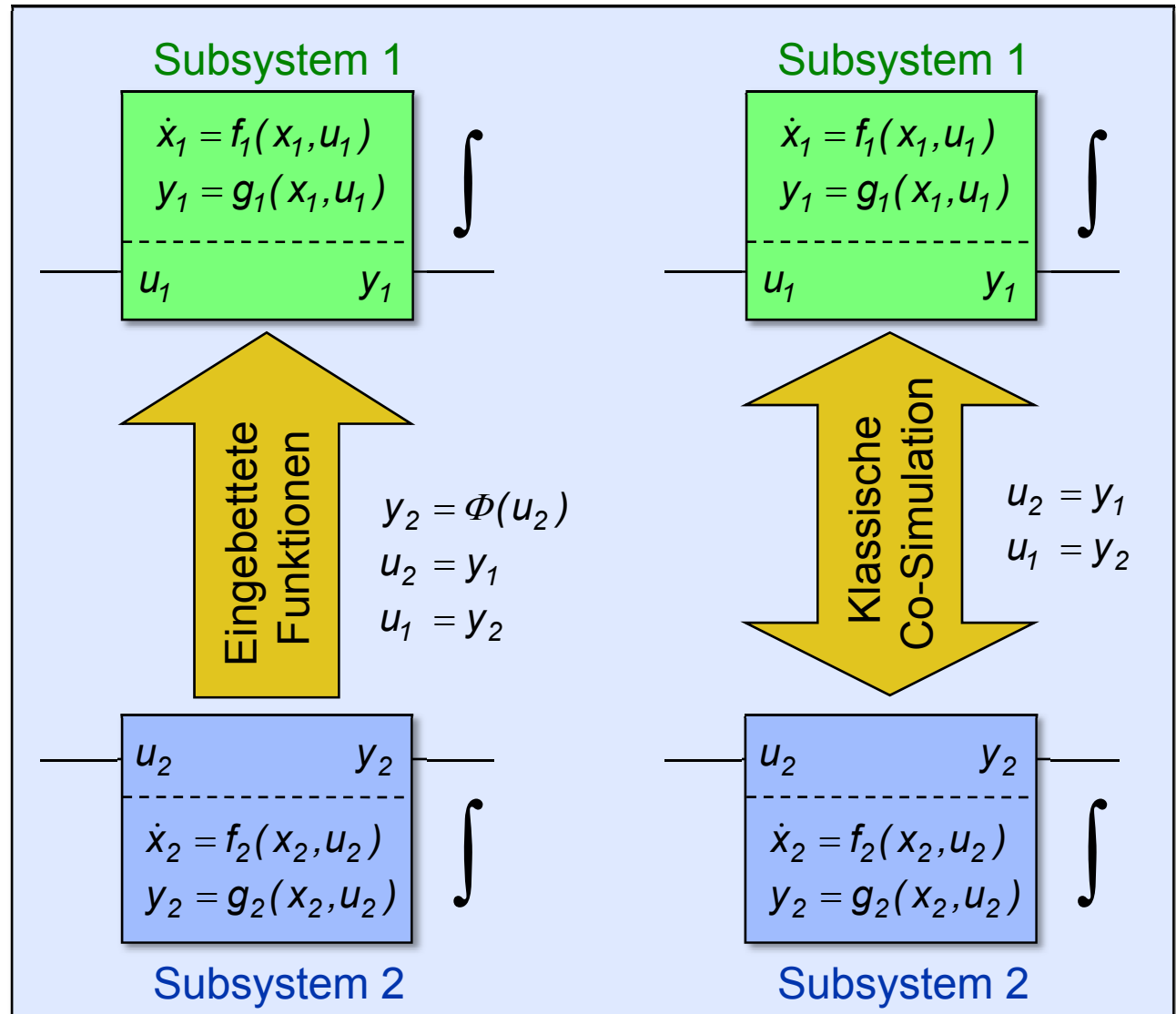


Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems

(a) Modellkopplung:



(b) Solverkopplung:



Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems

Modellkopplung:

- Implizite Kopplung
→ Kopplung besitzt Stabilitätseigenschaften des Solvers (hier Solver von Subsystem 1)
- Effizienzproblem bei unterschiedlich steifen Subsystemen
- Fähigkeiten von unterschiedlich optimierten Solvern wird nicht ausgenutzt
- Einfach implementierbar, aber Codeexport wird nicht von jedem Tool unterstützt

Solverkopplung (speziell „klassische“ Co-Simulation):

- Parallelisierung/Sequentialisierung der Solver → Explizite Kopplung (**Instabilitäten möglich**): einerseits „Nullstabilität“ (bei Constraint Kopplung)^[1], andererseits „numerische Stabilität“
- Beide Solver im Einsatz, arbeiten mit unterschiedlichen Schrittweiten → **Effizienzvorteil**
- Datenaustausch nur zu diskreten Zeitpunkten (Kommunikationsschrittweite nötig)
→ Unbekannte Koppelgrößen während der Integration werden approximiert
 - 1) **„Klassische“ Co-Simulation:**
Beide Subsysteme gleichrangig, Kommunikationsgitter häufig fest und äquidistant
 - 2) **Eingebettete Funktionen:**
Ein System ist Master und definiert das Kommunikationsgitter
→ **variable Kommunikationsschrittweite möglich**

Inhalt:

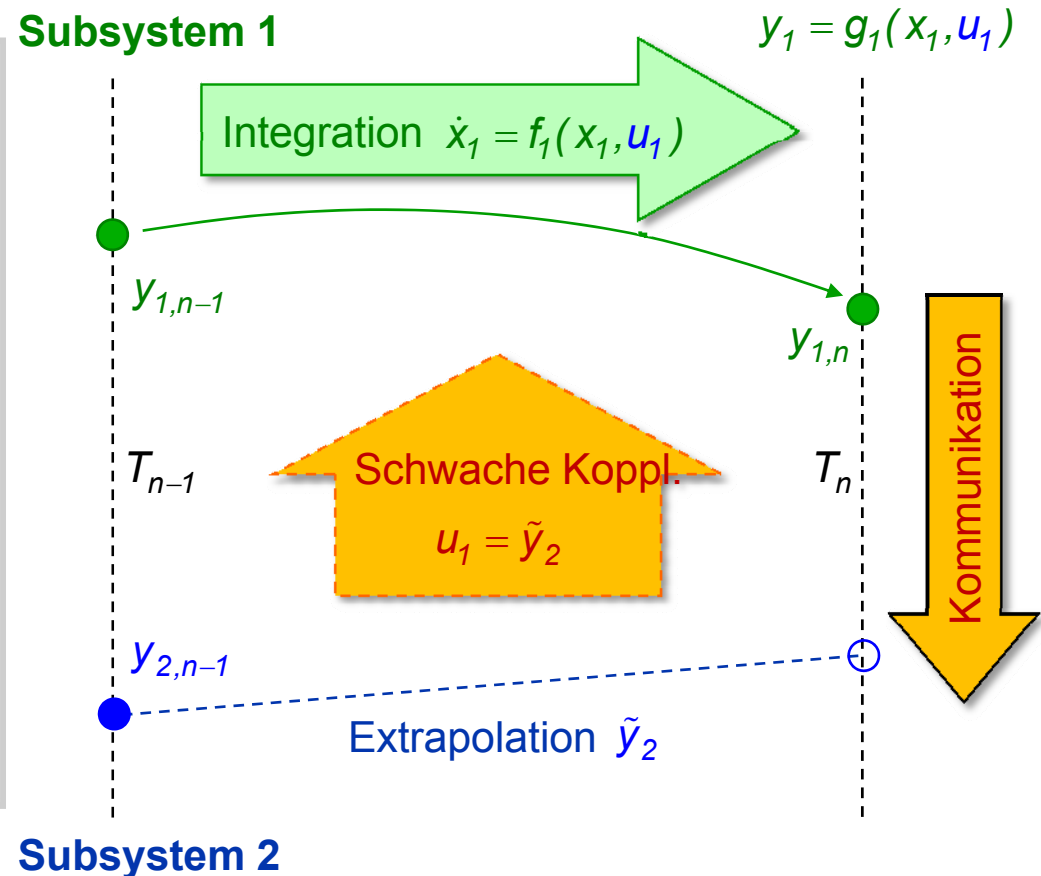
- 1) Aspekte der gekoppelten Simulation
- 2) Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems:
 - Modellkopplung
 - Solverkopplung und Co-Simulation
- 3) Klassische Multirate Co-Simulation:
 - Gauss-Seidel-Typ
 - Jacobi-Typ
- 4) Stabilität und Stabilisierung der Co-Simulation
- 5) Fazit

Klassisches Multirate Schema^[2]: Gauss-Seidel-Typ

Makro-Zeitschritt $T_{n-1} \rightarrow T_n$:

Step 1: Subsystem 1

- Integration **Subsystem 1** von T_{n-1} bis T_n unter Verwendung extrapolierter Kopplungsvariablen $\tilde{y}_2$
- Berechnung der Outputvariablen $y_{1,n}$
- Kommunikation der Kopplungsvariablen $y_{1,n}$ ins **Subsystem 2**



- Schwache Kopplung: Kopplungsschleife getrennt
→ sequentielle/parallele Integration der Subsysteme möglich
- Kommunikationsgitter ("Makrozeitgitter") für Datenaustausch der Solver erforderlich
→ Makrozeitgitter häufig äquidistant

Klassisches Multirate Schema: *Gauss-Seidel-Typ*

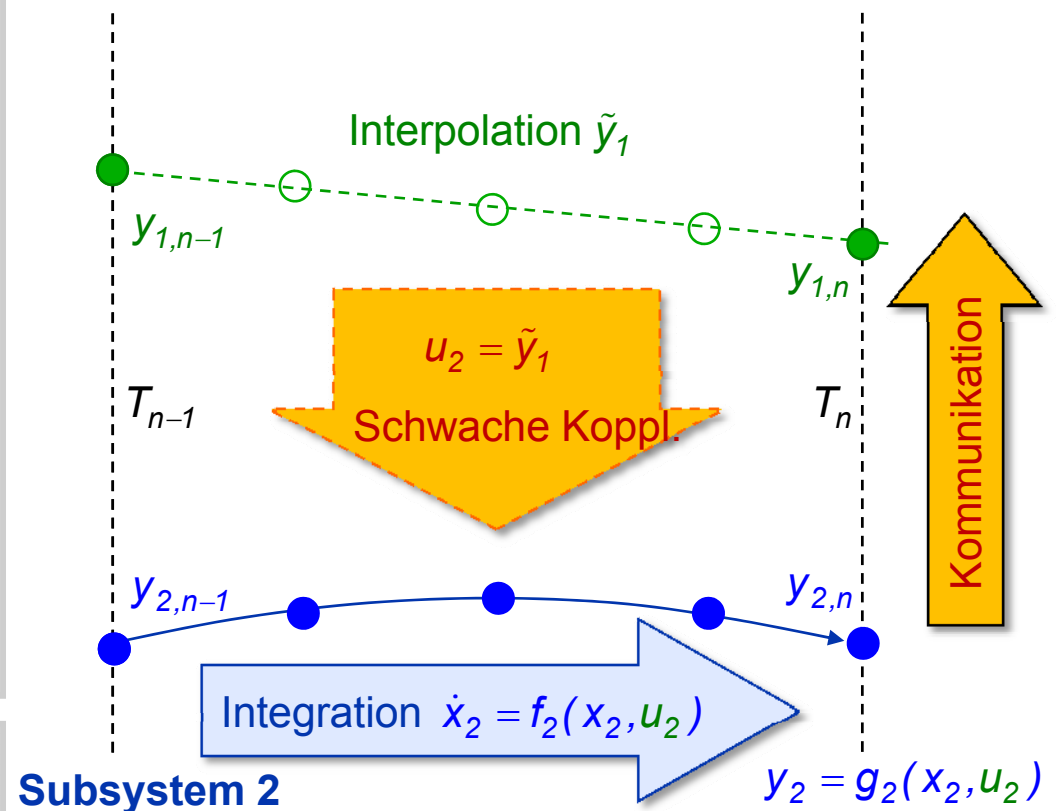
Makro-Zeitschritt $T_{n-1} \rightarrow T_n$:

Step 2: Subsystem 2

- Integration **Subsystem 2** von T_{n-1} bis T_n unter Verwendung interpolierter Kopplungsvariablen $\tilde{y}_1$
- Berechnung der Outputvariablen $y_{2,n}$
- Kommunikation der Kopplungsvariablen $y_{2,n}$ ins **Subsystem 1**

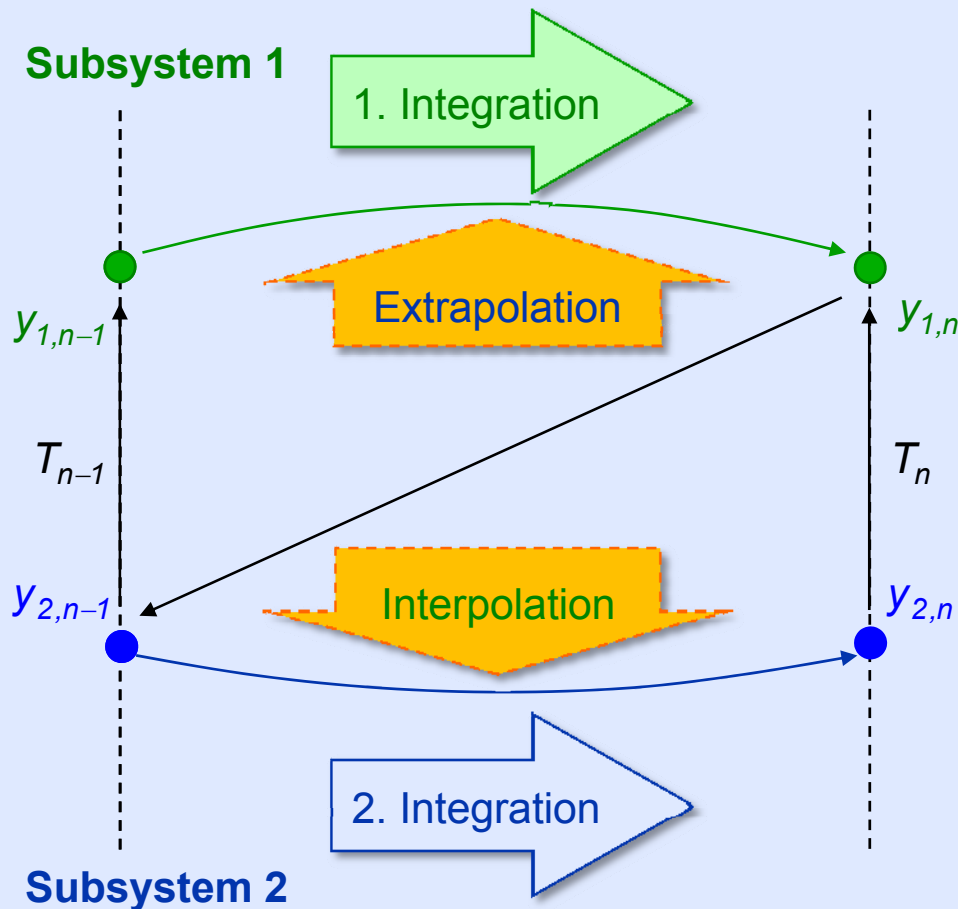
→ Wiederhole **steps 1** und **2** beim nächsten Makroschritt

Subsystem 1



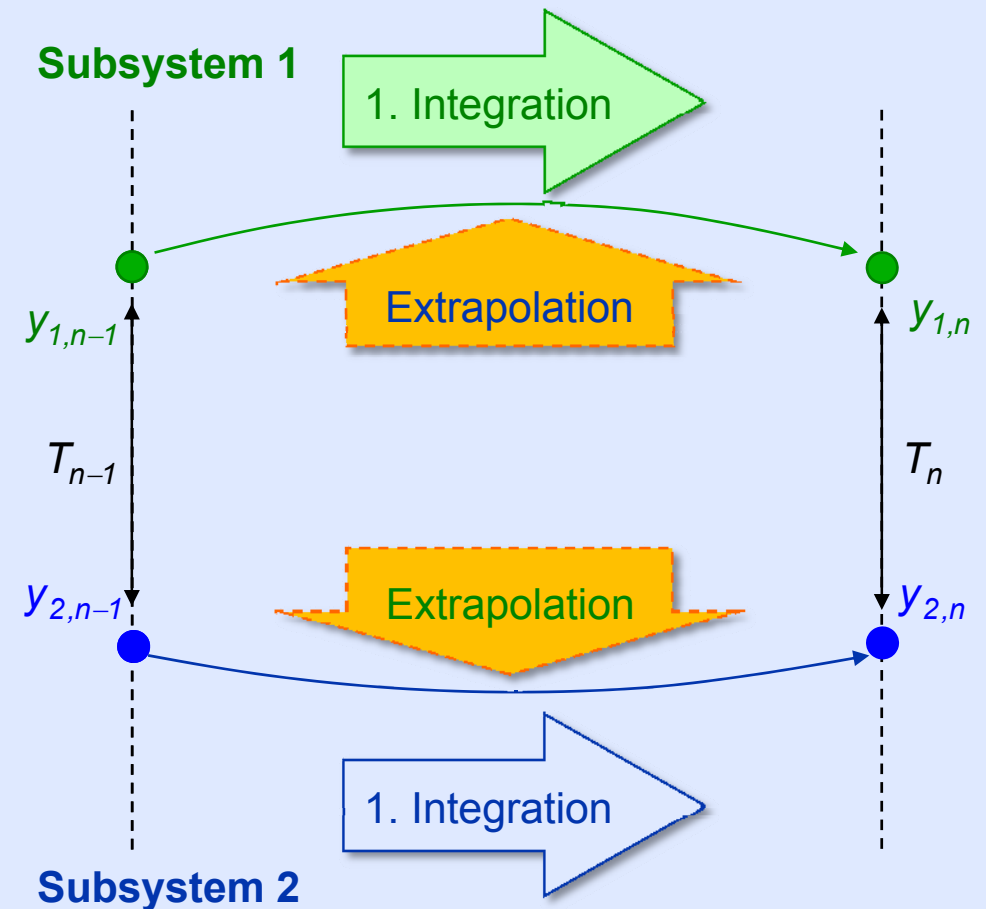
- Polynome höherer Ordnung möglich: üblich bis Grad 3
- Alternative Approximationstechniken möglich

Integrationsreihenfolge: *Gauss-Seidel- und Jacobi-Typ*



Gauss-Seidel-Typ:

- Nur versetzte Integration möglich
- Extrapolation / Interpolation
- Fastest-First / Slowest-First möglich



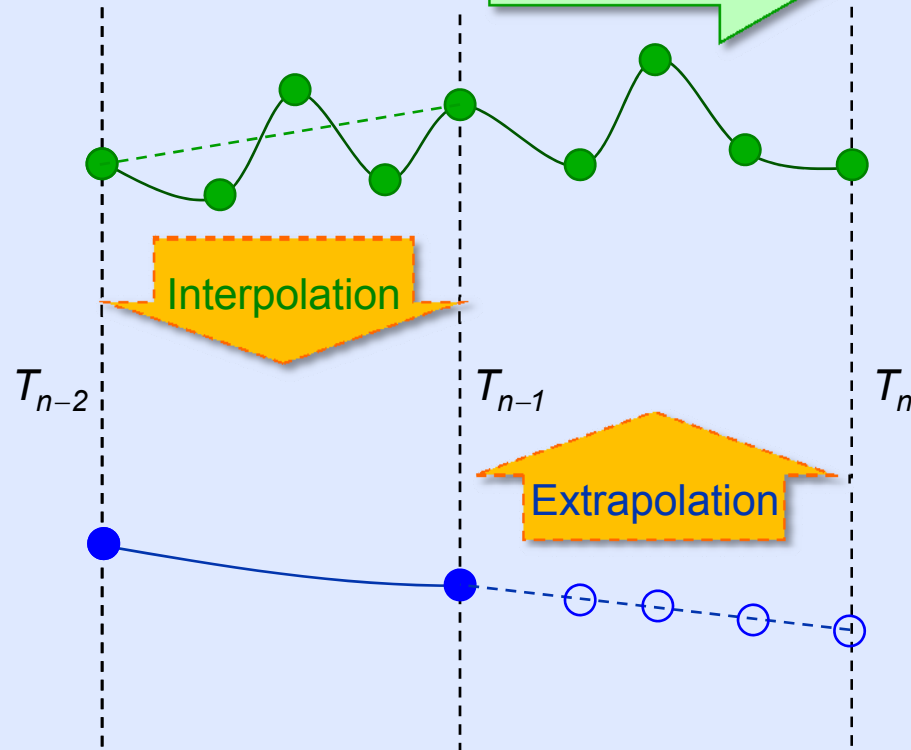
Jacobi-Typ:

- Parallele Integration möglich
- Extrapolation / Extrapolation
- keine Interpolation möglich

Gauss-Seidel-Typ: *Fastest-First* und *Slowest-First*

Subsystem 1 (Fast, First)

1. Integration

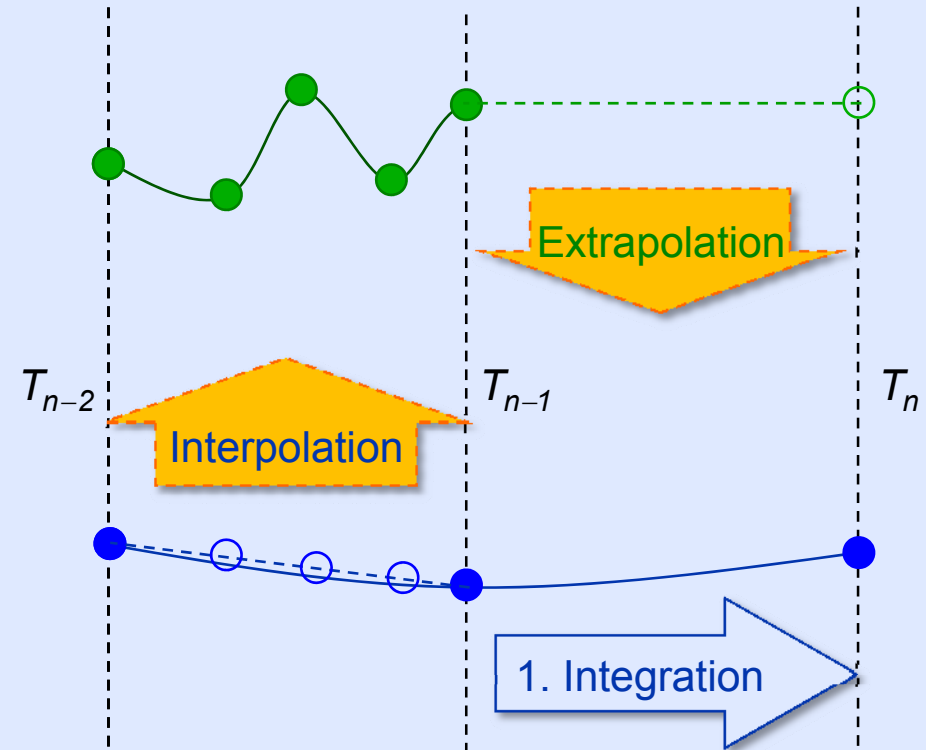


Subsystem 2 (Slow, Second)

Fastest-First:

- Extrapolation aus langsamen Größen
→ geringerer Fehler
- Speicheraufwand bei Verkürzung der Makroschrittweite (Schrittweitensteuerung)

Subsystem 1 (Fast, Second)



Subsystem 2 (Slow, First)

Slowest-First:

- Extrapolation aus schnellen Größen
→ schwer schätzbar, verwende 0. Ordnung
- Schrittweitensteuerung einfacher zu implementieren

Inhalt:

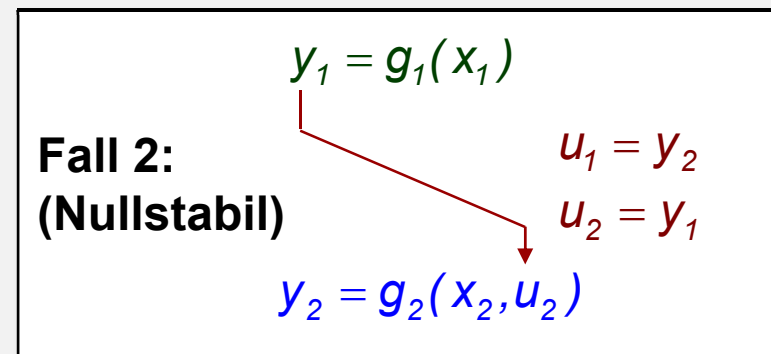
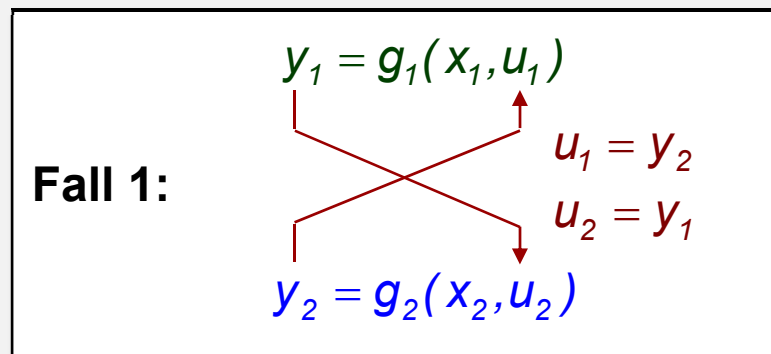
- 1) Aspekte der gekoppelten Simulation
- 2) Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems:
 - Modellkopplung
 - Solverkopplung und Co-Simulation
- 3) Klassische Multirate Co-Simulation:
 - Gauss-Seidel-Typ
 - Jacobi-Typ
- 4) Stabilität und Stabilisierung der Co-Simulation
- 5) Fazit

Stabilität und Stabilisierung

- Klassisches Multirate-Schema ist explizit bezüglich der Koppelgrößen

→ Nullstabilität der Kopplung nicht immer garantiert

Genauer: Nullstabilität ist garantiert, falls Outputgleichungen keine algebraische Schleife bilden, d.h. beide Outputs nicht direkt von ihren Inputs abhängen

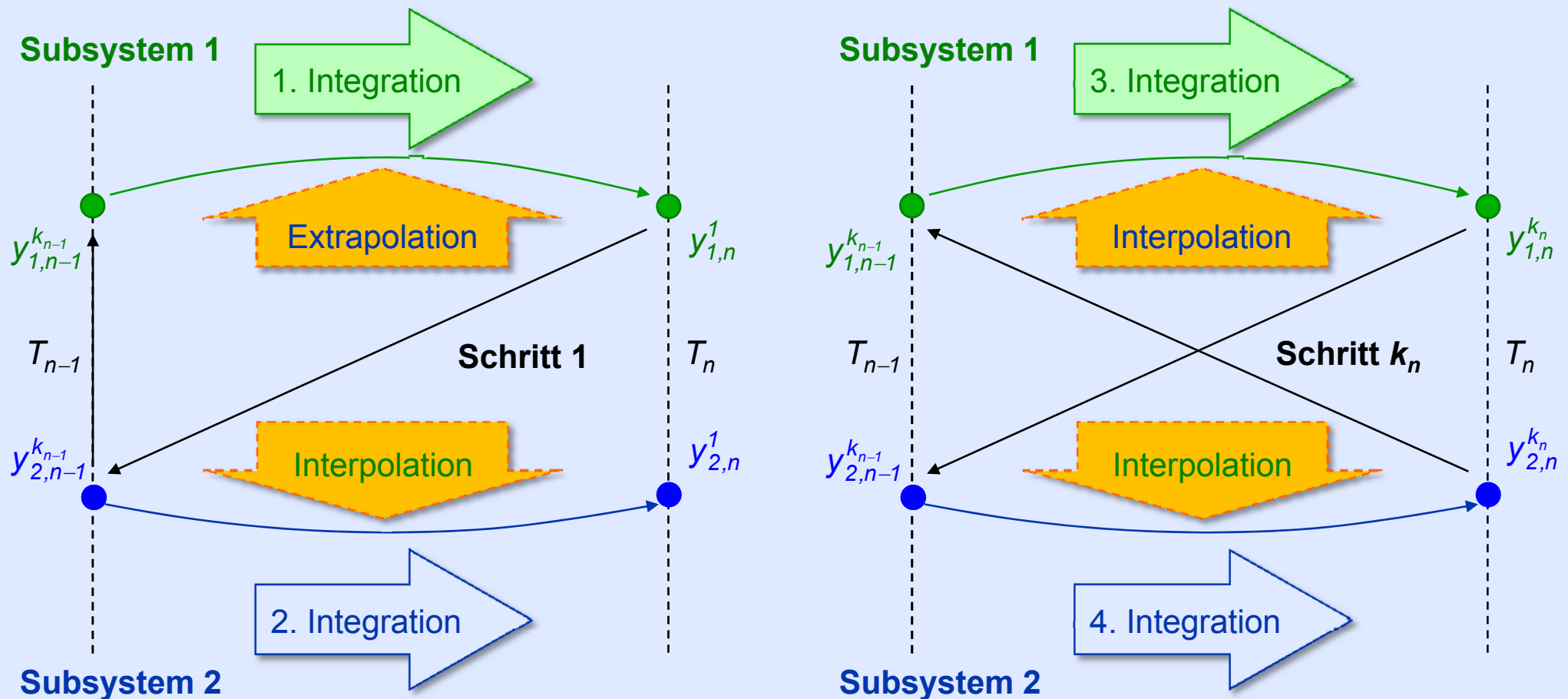


Fall1: Stabilisierungstechniken notwendig (häufig auf Iterationen basierend)

Ansätze zur Stabilisierung (Nullstabilisierung sowie Numerische Stabilisierung):

- Explizit, implizite, semi-implizite Stabilisierungstechniken
→ Reinitialisierung (für implizite und semi-implizite Verfahren) bei kommerziellen Tools häufig nicht möglich bzw. schwierig
- Waveform Iteration, Projektionsverfahren, Filtermethoden, Overlapping, Staggered Time Grids, etc.

Stabilität und Stabilisierung: *Waveform Iteration*



Schritt 1: Multirate-Schritt

- Startwerte (Schritt 0) = Extrapolation

Schritt 2 bis k_n : Reiteration

- Aufsetzen auf aktueller Lösung
- Abbruch bei Konvergenz (Algebraische Schleife erfüllt)

Stabilität und Stabilisierung: *Anmerkungen*

Stabilität der Co-Simulation wird beeinflusst durch:

- Physikalische Eigenschaften der Subsysteme (Massen, Steifigkeiten, Dämpfung, etc.) und Solver der Subsysteme
- Makroschrittweite
- Ordnung der Extrapolation/Interpolation:
höhere Ordnung → lokaler Fehler kleiner; höhere Ordnung → Stabilität reduziert
- Multirate-Faktor
- Fastest-First-/Slowest-First-Techniken
- Nullstabilität bei Constraint-Kopplung: Kontraktionsbedingung muss erfüllt sein
- etc.

Weitere Anmerkungen:

- Extrapolation/Interpolation: häufig auf Makrogitter, möglich auch auf Mikrogitter
- Solver der Subsysteme meist mit automatischer Schrittweitensteuerung:
→ zusätzliche Extrapolation/Interpolation erforderlich für Datenaustausch am Makrogitter

Inhalt:

- 1) Aspekte der gekoppelten Simulation
- 2) Methoden zur Lösung des gekoppelten Problems:
 - Modellkopplung
 - Solverkopplung und Co-Simulation
- 3) Klassische Multirate Co-Simulation:
 - Gauss-Seidel-Typ
 - Jacobi-Typ
- 4) Stabilität und Stabilisierung der Co-Simulation
- 5) Fazit

Fazit

Zusammenfassung:

- Co-Simulation: nützliches Instrument im technischen Berechnungsprozess
- Diverse Techniken mit unterschiedlichen Vor- und Nachteilen wurden entwickelt
- Entscheidend: Stabilität und Effizienz der unterschiedlichen Verfahren

Offene Punkte:

- Numerische Stabilität:
 - Stabilitätskriterien, Stabilitätsgebiete
 - Einfluss verschiedener Approximationsverfahren auf die numerische Stabilität
 - etc.
- Effiziente und stabile Makroschrittweitensteuerung
 - Beachte: Wiederholung des Makroschrittes (z.B. bei Reiteration) wird von kommerziellen Tools meist nicht unterstützt
 - ggf. explizite Steuerungsmethoden notwendig